

## 管オリフィスを通る流れと損失

立花 規良\*      小池 哲\*\*

### Flow through a Pipe Orifice and its Loss Characteristics

Motoyoshi TACHIBANA and Satoshi KOIKE

(Received Aug. 20, 1997)

The flow through several kinds of orifices set in the circular pipeline and the loss characteristics due to their orifices were studied by the numerical analysis in low Reynolds number and  $k - \varepsilon$  model simulation in high Reynolds number. It was found that the present result agreed well with others' numerical and experimental ones. Besides, the main findings obtained in the present analyses are as follows.

(1) In the low Reynolds number region ( $Re = 0 - 60$ ), the flow through a pipe orifice and its loss are dependent on Reynolds number of pipe flow and the area ratio and the profile of orifice. In particular, the loss coefficients of orifices decrease in the turn of square, sharp and reverse - edged ones, provided fixed Reynolds number and the area ratio.

(2) In the high Reynolds number region ( $Re = 2 \times 10^4 - 8 \times 10^4$ ), the loss coefficient of square - edged orifice is independent of Reynolds number and depends on the area ratio and the thickness of orifice. It decreases with an increase of the relative thickness ( $t/D$ ) in the range of  $t/D = 0.05 - 0.20$ , if fixed the area ratio.

**Key Words** : Pipe Orifice, Pressure Distribution, Loss Coefficient, Orifice Profile, Thickness Effect,  $k - \varepsilon$  Model Simulation

## 1 緒 言

流体が円管内を流れるとき、流体の粘性に基づく摩擦効果により、損失が生ずる。これは、管摩擦損失として知られ、その特性（管摩擦係数 $\lambda$ ～レイノルズ数 $Re$ ）は、Nikuradseの実験結果<sup>1)</sup>、さらには、Moodyの実用線図<sup>2)</sup>としてまとめられている。このような円管内流れの途中に、各種の絞り要素を設置すると、流れの局所的な変化による付加的な損失が生ずる。この種の損失は、円管内を流れる流量と深い関係があり、流量測定に応用されている<sup>3)</sup>。管オリフィスは、絞り要素の代表的なもので、その損失特性（損失係数 $\zeta$ ～レイノルズ数 $Re$ ）は、データの集積に基づき、規格化され、流量測定に利用されている<sup>4)</sup>。しかし、流れ学的観点に立つと、管オリフィスを通る流れとそれに基づく絞り損失は、完全に解明されたとは言えず、興味深い不明の点も多く残されている。

管オリフィスの損失特性は、一般に、図1のように区分される<sup>5)</sup>。領域(1)は、流れがおそく、レイノルズ数が小さい層流域で、損失係数はレイノルズ数の増加と共に減少する。領域(2)は、流れが層流から乱流へと遷移し、損失係数はレイノルズ数のある値で最小となる。領域(3)では、流れは乱流であるが、レイノルズ数が低く、損失係数は、一般に、レイノルズ数と共に変化し、一定値に漸近する。さらに、レイノルズ数が高くなると、損失係数はレイノルズ数に独立な一定値を示す領域(4)となる。

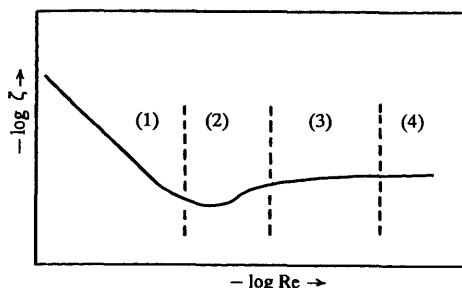


図1 管オリフィスの損失特性

Johansen は、領域(1)で、薄刃オリフィスを通る流れの可視化観測と圧力降下測定に基づく流量係数の算出を行い、流れのレイノルズ数とオリフィスの開口比による流れの変化と流量特性（流量係数 $C_d$ ～レイノルズ数 $Re_d$ ）を明らかにした<sup>6)</sup>。Lakshmana Rao らは、種々の管オリフィスの領域(1)と(2)における損失特性を実験により調べ、損失特性へのオリフィスの開口比と形状の効果を解明した<sup>7)</sup>。板谷らは、薄刃オリフィスによる油の流量測定の系統的な実験を領域(3)で行い、流量特性を分析し、実験式を作成・提案した<sup>8)</sup>。管オリフィスが流量計として利用されるのは、主として、領域(4)で、絞りによる局所損失から算出された流量係数に基づき、流量が評価される<sup>3), 4)</sup>。他方、管オリフィスを通る流れは、幾何学的形状の単純さと流体工学的関心から、数値流体力学の研究テーマとして取り上げられてきた。Mills は、領域(1)で、定常なナビエーストックス (N-S) 方程式に、流れ関数-渦度 ( $\psi-\omega$ ) 法を適用し、差分法により、直径比  $d/D=0.5$ 、レイノルズ数  $Re_d=0\sim 50$  の流れ場を決定し、さらに、壁面圧力分布を求め、流量係数を算出し、実験結果と比較した<sup>9)</sup>。彼の数値計算には、格子が等分割で、オリフィスの板厚面に格子点がないなど、精度的に不完全さがみられる。これらの点を改良して、Keith は、同じ領域でのより広範囲にわたる数値解析を行い、流れ場や流量特性へのオリフィス形状の影響などを明らかにした<sup>10)</sup>。以後、層流域の解析が、多くの人達によりなされ、数値流体力学的な諸観点からの検討が行われた<sup>11)~15)</sup>。しかし、乱流域での解析はほとんど試行されていない<sup>16)</sup>。

そこで、低レイノルズ数層流域の数値解析により、管オリフィスの損失特性への形状の効果を解明し、さらに、高レイノルズ数乱流域での圧力降下実験と数値シミュレーションにより、管オリフィスを通る流れと損失の検討を行うことにする。

おもな記号

- $a$  : 円管の半径       $d$  : 管オリフィスの直径       $t$  : 管オリフィスの板厚  
 $D$  : 円管の直径  $D = 2a$        $Q$  : 円管内流れの流量  
 $w_m$  : 円管内流れの平均速度  $w_m = 4Q/(\pi D^2)$        $w_{max}$  : 円管内流れの最大速度  
 $w_d$  : 管オリフィス流れの平均速度  $w_d = 4Q/(\pi d^2)$        $\rho$  : 流体の密度  
 $\mu$  : 流体の粘度       $\nu$  : 流体の動粘度  $\nu = \mu/\rho$   
 $\mu_t$  : 乱流粘度       $\nu_t$  : 乱流動粘度  $\nu_t = \mu_t/\rho$   
 $k$  : 乱流エネルギー       $\varepsilon$  : 乱流エネルギー消散率  
 $\Delta p$  : 管オリフィスによる圧力損失  $\Delta p = \rho g \Delta h$  図4  
 $\Delta p_M$  : 管オリフィスによる最大圧力降下  $\Delta p_M = \rho g \Delta h_M$  図4  
 $(R, \theta, Z)$  : 円筒直交座標  $(r, \theta, z)$  の無次元量  $R = r/a$ ,  $\theta = \theta$ ,  $Z = z/a$   
 $(U, V, W)$  : 円筒直交座標系における速度  $(u, v, w)$  の無次元量  $U = u/w_m$ ,  $V = v/w_m$ ,  
 $W = w/w_m$   
 $P$  : 圧力  $p$  の無次元量  $P = p/(\mu w_m/a)$   
 $\Omega$  : 渦度  $\omega$  の無次元量  $\Omega = \omega/(w_m/a)$   
 $\Psi$  : 流れ関数  $\psi$  の無次元量  $\Psi = \psi/(w_m a)$   
 $Re$  : 円管内流れのレイノルズ数  $Re = \rho w_m D/\mu$   
 $Re_d$  : 管オリフィス流れのレイノルズ数  $Re_d = \rho w_d d/\mu$   
 $L_d$  : 管オリフィス後方の渦域長さ  $l_d$  の無次元量  $L_d = l_d/a$   
 $\Delta P$  : 管オリフィスによる圧力損失  $\Delta p$  の無次元量  $\Delta P = \Delta p/(\mu w_m/a)$   
 $\Delta P_M$  : 管オリフィスによる最大圧力降下  $\Delta p_M$  の無次元量  $\Delta P_M = \Delta p_M/(\mu w_m/a)$   
 $\alpha$  : 管オリフィスの流量係数 (12)       $\beta$  : 管オリフィスの直径比  $\beta = d/D$   
 $M$  : 管オリフィスの開口比  $M = (d/D)^2 = \beta^2$   
 $C_d$  : 管オリフィスの流量係数 (13)       $E$  : 近寄り速度係数 (14)  
 $\lambda$  : 円管内流れの管摩擦係数       $\zeta$  : 管オリフィスの損失係数 (15)  
 $\zeta_M$  : 管オリフィスの最大損失係数 (15)

## 2 層流数値解析

### 2.1 基礎式

非圧縮性のニュートン流体が、図2のような円管路に設置された管オリフィスを通して等温層流状態で、定常な非旋回軸対称流れをするとき、流れを支配する連続の式とナビエ・ストークスの方程式は、

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U) + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

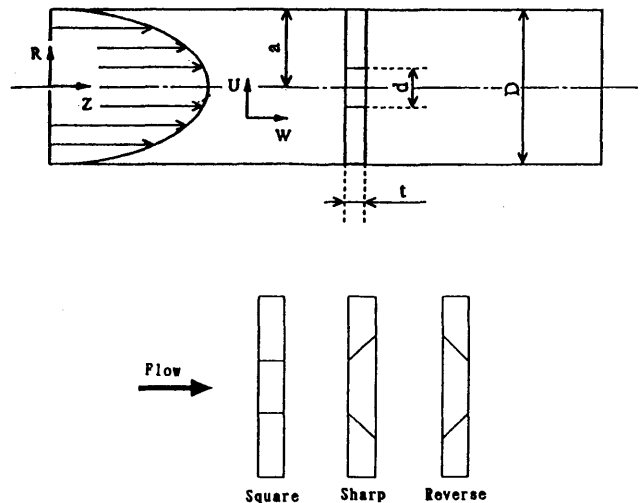


図2 管オリフィスを通る流れとオリフィスの形状

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \text{Re} \left( U \frac{\partial U}{\partial R} + W \frac{\partial U}{\partial Z} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial R} + \left[ \frac{\partial}{\partial R} \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RU) \right\} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right] \\ \frac{1}{2} \text{Re} \left( U \frac{\partial W}{\partial R} + W \frac{\partial W}{\partial Z} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial Z} + \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial W}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

となる。

渦度  $\Omega$  と流れの関数  $\Psi$  を

$$\Omega = \frac{\partial U}{\partial Z} - \frac{\partial W}{\partial R} \quad (3)$$

$$U = -\frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial Z}, \quad W = \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \quad (4)$$

で定義すると、(2)から

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Omega}{\partial R} - \frac{\Omega}{R^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Z^2} = \frac{\text{Re}}{2} \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial Z} \left( \frac{\Omega}{R^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial \Omega}{\partial R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \frac{\partial \Omega}{\partial Z} \right] \quad (5)$$

が得られる。さらに、(4)を(3)に代入すると、

$$-R\Omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} \quad (6)$$

となる。圧力方程式は、(1)、(2)、(4)より

$$\frac{\partial^2 P}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{\partial^2 P}{\partial Z^2} = -\frac{\text{Re}}{R^2} \left[ \frac{1}{R^2} \left( \frac{\partial \Psi}{\partial Z} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R \partial Z} \right)^2 - \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial Z} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R \partial Z} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} \left( \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} \right) \right] \quad (7)$$

となる。流れ場  $(\Omega, \Psi, P)$  は、(5)、(6)、(7)から決定される。

流れ場の境界条件は、

上流側入口断面

$$\Omega = 4R, \quad \Psi = R^2 - \frac{1}{2}R^4, \quad \frac{\partial P}{\partial Z} = -8 \quad (8)$$

下流側出口断面

$$\frac{\partial \Omega}{\partial Z} = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Z} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial Z} = -8 \quad (9)$$

円管軸

$$\Omega = 0, \quad \Psi = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial R} = 0 \quad (10)$$

とし、円管壁と管オリフィス表面の条件は、既知条件とテイラー展開に基づき決定した<sup>17)</sup>。

## 2.2 解法

基礎式は、座標変換

$$Z = f(\xi), \quad R = g(\eta) \quad (11)$$

により、物理平面 ( $Z$ - $R$  平面) を計算平面 ( $\xi$ - $\eta$  平面) に変換し、計算平面の等分割格子を物理平面の不等分割格子に対応させ、等間隔中心差分で離散化し、数値的に解いた。計算領域は、円管の半径を基準にして、軸方向に10で、管オリフィスは、上流側入口断面から2.4~2.5 (厚さ0.1) に設置した。格子の分割は、軸方向に155 (上流38、オリフィス5、下流112)、半径方向に20~24

(Square : 20, Sharp, Reverse : 19+5) とし、軸方向はオリフィス位置に、半径方向はオリフィス周辺部に、格子が集中するようにした。作成した格子の一例を、図3に示した。数値計算は、管オリフィスの直径比が0.2~0.8、円管内流れのレイノルズ数が0~60において行い、収束判定条件は $10^{-7}$ とした。

### 2.3 流量係数と損失係数

円管路に設置された管オリフィスを通る流れと円管壁での圧力分布の状況は、一般に、図4のようになる。円管路を流れる流量 $Q$ は、JIS規格<sup>9)</sup>では、

$$Q = \alpha \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \sqrt{\frac{2\Delta P_M}{\rho}} = \alpha \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \sqrt{2g\Delta h_M} \quad (12)$$

により、算出する。ここで、 $\alpha$ は、管オリフィスの流量係数といい、 $\Delta P_M = \rho g \Delta h_M$ は、管オリフィスの上流と下流の規定された位置での圧力差（最大圧力降下）である。他方、Johansen 以後、多くの研究者は、流量式を、

$$Q = C_d \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \sqrt{\frac{2\Delta P_M}{\rho}} = C_d \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \sqrt{\frac{2g\Delta h_M}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4}} \quad (13)$$

と表し、 $C_d$ を流量係数（JIS規格では、流出係数）と呼んでいる。両係数の間には、

$$\alpha = \frac{C_d}{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4}} = C_d \cdot E, \quad E = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4}} \quad (14)$$

の関係があり、 $E$ を近寄り速度係数という。

次に、管オリフィスによる絞り損失を、図4のような円管壁の圧力分布に基づき、

$$\left. \begin{aligned} \Delta p &= \rho g \Delta h = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} w_m^2 \\ \Delta p &= \rho g \Delta h_M = \zeta_M \cdot \frac{\rho}{2} w_m^2 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

と表し、損失係数 $\zeta$ と最大損失係数 $\zeta_M$ を定義・導入する。流量係数と最大損失係数の間には、

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{\left(\frac{d}{D}\right)^2 \cdot \sqrt{\zeta_M}} \\ C_d &= \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4}}{\left(\frac{d}{D}\right)^2 \cdot \sqrt{\zeta_M}} \\ \zeta_M &= \frac{1}{\left(\frac{d}{D}\right)^4 \cdot \alpha^2} = \frac{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4}{\left(\frac{d}{D}\right)^4 \cdot C_d^2} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

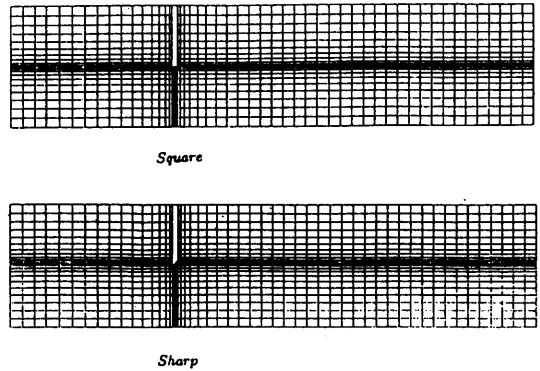


図3 物理面における分割格子

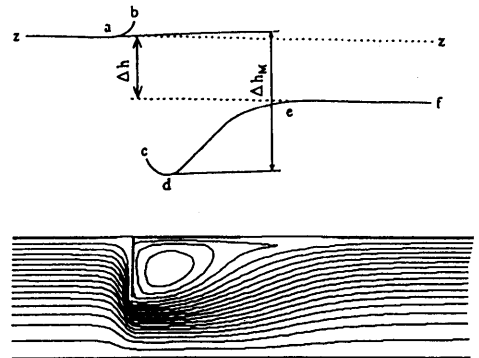


図4 管オリフィスによる流れと損失

の関係がある。諸量に無次元量を導入すると、

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{1}{2\beta^2 \sqrt{\frac{\Delta P_M}{Re}}} = \frac{1}{2M \sqrt{\frac{\Delta P_M}{Re}}} = \frac{1}{\beta^2 \sqrt{\zeta_M}} = \frac{1}{M \sqrt{\zeta_M}} \\
 C_d &= \frac{\sqrt{1-\beta^4}}{2\beta^2 \sqrt{\frac{\Delta P_M}{Re}}} = \frac{\sqrt{1-M^2}}{2M \sqrt{\frac{\Delta P_M}{Re}}} = \frac{\sqrt{1-\beta^4}}{\beta^2 \sqrt{\zeta_M}} = \frac{\sqrt{1-M^2}}{M \sqrt{\zeta_M}} \\
 \zeta &= \frac{4\Delta P}{Re} \\
 \zeta_M &= \frac{4\Delta P_M}{Re} = \frac{1}{\beta^4 \alpha^2} = \frac{1}{M^2 \alpha^2} = \frac{1-\beta^4}{\beta^4 C_d} = \frac{1-M^2}{M^2 C_d}
 \end{aligned} \tag{17}$$

となる。

## 2.4 結果および検討

2.4.1 流れ場 円管路に設置された管オリフィスを通る流れ場の計算結果の一部を、図5に示した。a図は流線、b図は渦度、c図は速度ベクトル、d図は圧力線を図示したものである。流線図では、円管内流れのレイノルズ数  $Re$  の増加と共に、オリフィスの前方の渦域が小さくなり、後方の渦域が大きくなる。渦度は、 $Re=0$  では、オリフィスの前方と後方で対称であるが、 $Re$  の増

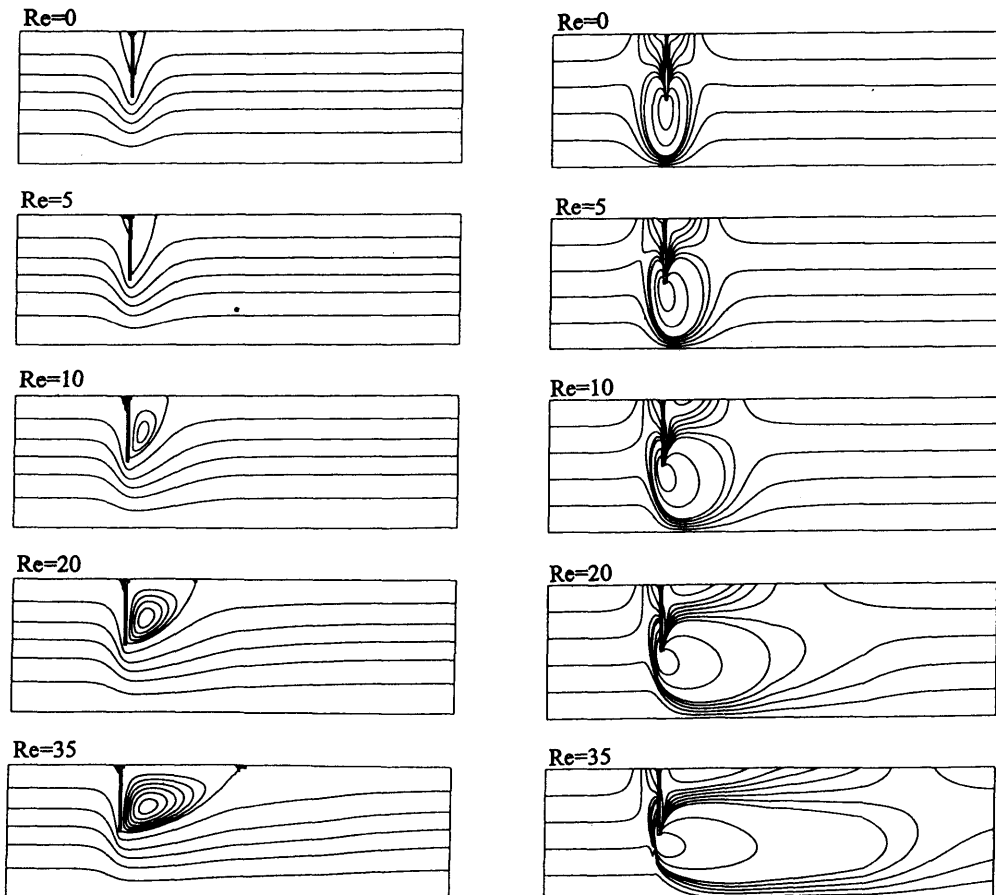


図5 (a) 流線

図5 (b) 渦度

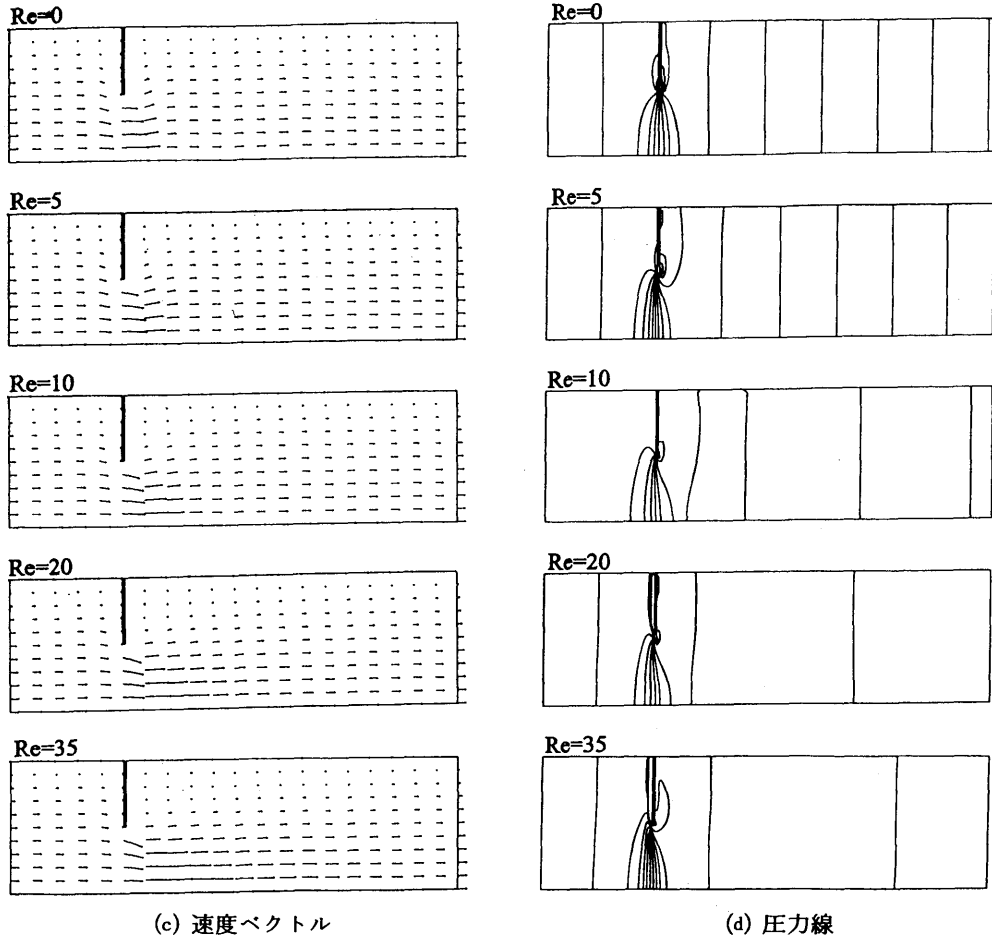


図5 管オリフィスを通る流れ場 (レイノルズ数効果, 直角,  $d/D=0.5$ )

加と共に、後方のものが下流へとひきのばされ、非対称となる。速度ベクトル図では、オリフィスを通るときに速度の増加とオリフィス前後の渦域での速度の減少と逆流が見出される。圧力線は、オリフィス部に集中し、この部分での圧力の変化が大きいことがわかる。図6は、薄刃オリフィスの直径比による流線の変化の一例である。オリフィス後方の渦域は、 $Re$ が同じときには、 $d/D$ の増加と共に減少し、 $d/D$ が同じときには $Re$ の増加と共に増加する。このことは、他の形状のオリフィスでも同様である。図7は、流線図へのオリフィスの形状 (直角 square、薄刃 sharp、逆薄刃 reverse) の効果を示している。オリフィス後方の渦域は、 $d/D$ と $Re$ を固定すると、直角→薄刃→逆薄刃の順

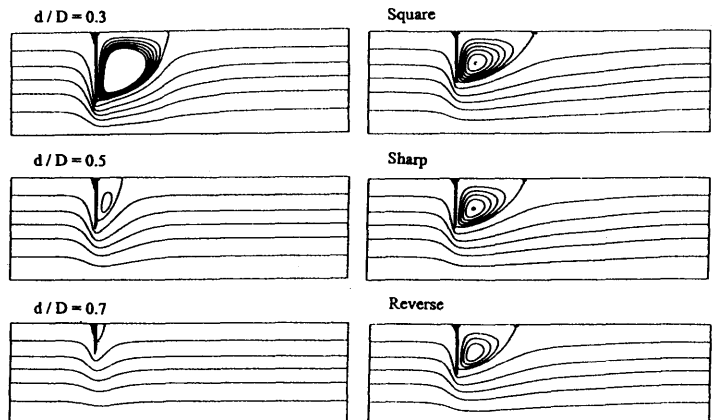


図6 管オリフィス流れ  
(直径比効果, 薄刃,  $Re=10$ )

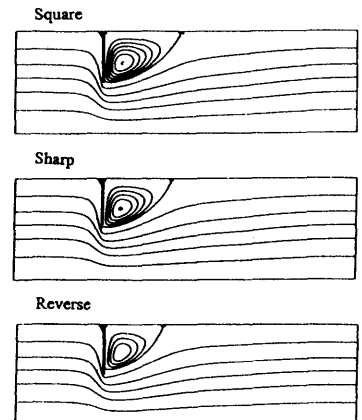
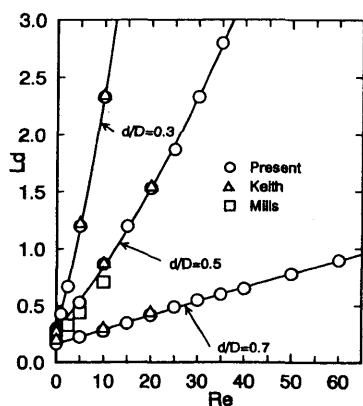


図7 管オリフィス流れ  
(形状効果,  $d/D=0.5$ ,  $Re=30$ )

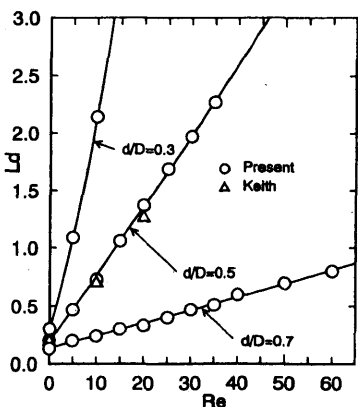
に小さくなる、ことが見出される。管オリフィスを通る流れ場は、オリフィス後方の渦域の大きさが、特性パラメータの一つとなる。そこで、オリフィス後方の渦域長さ $L_d$ を本計算結果から算定し、他の研究者の結果<sup>9),10)</sup>と比較した。本計算の結果を表1にまとめ、その一部を他の計算結果と共に図8に示した。本計算結果は、Keithの結果と良い一致をみせる。Millsの直角オリフィスの結果は、 $L_d$ がやや小さくなる。これは、格子分割がオリフィス端面内がないなど、計算近似のあらさに起因すると考えられる。 $L_d$ は、形状と直径比が同じオリフィスでは、 $Re$ の増加と共に増大する。同じ形状のオリフィスの $L_d$ は、 $Re$ が同じとき、直径比の増加と共に減少する。オリフィス形状の効果は、 $Re$ がある程度大きくなり、その差異が顕著になると、 $L_d$ が、直角→薄刃→逆薄刃の順に小さくなる、ことが確認される。

表1 管オリフィスの後方渦域長さ

d/D	0.3			0.5			0.7		
	Square	Sharp	Reverse	Square	Sharp	Reverse	Square	Sharp	Reverse
0	0.30	0.30	0.29	0.27	0.20	0.25	0.17	0.13	0.15
1	0.43	0.37	0.40						
5	1.20	1.09	1.03	0.53	0.47	0.47	0.23	0.20	0.20
10	2.33	2.14	1.95	0.87	0.73	0.75	0.28	0.24	0.27
15				1.20	1.06	1.00	0.35	0.30	0.30
20				1.53	1.37	1.23	0.42	0.33	0.33
25				1.87	1.69	1.49	0.49	0.40	0.35
30				2.33	1.97	1.69	0.55	0.47	0.40
35				2.80	2.27	1.93	0.60	0.51	0.45
40							0.65	0.60	0.50
50							0.78	0.70	0.55
60							0.90	0.80	0.64

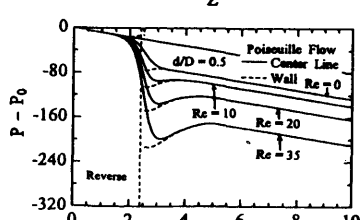
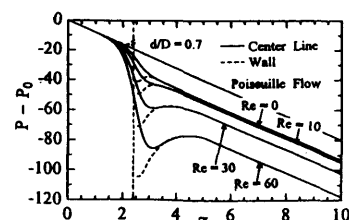
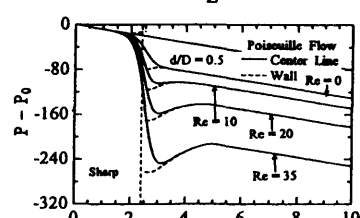
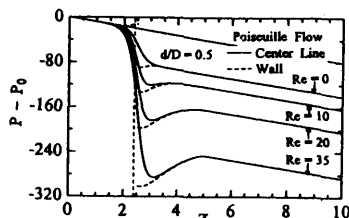
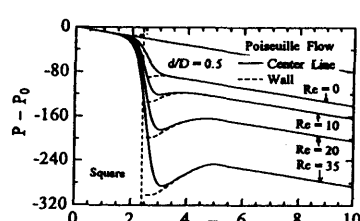
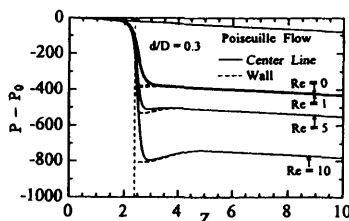


(a) 直角オリフィス



(b) 薄刃オリフィス

2.4.2 圧力降下と諸特性 流体が円管路に設置された管オリフィスによる絞り部を経て流れるときの円管軸と円管壁での圧力降下の状況を、図9に示した。a図は、三種類の直径比の直角オリフィスのもので、オリフィスによる絞り効果による圧力の急変がみられ、オリフィスによる圧力降下は、流れのレイノルズ数の



(a) 直径比効果

(b) 形状効果

図8 管オリフィスの後方渦域長さ

図9 管オリフィスによる圧力降下



増加と共に増加し、オリフィスの直径比の増加と共に減少するのがわかる。b図は、オリフィス部の圧力変化へのオリフィス形状の影響で、オリフィスによる圧力降下は、 $Re$ と $L_d$ を固定すると、直角→薄刃→逆薄刃の順に小さくなる。

管オリフィスの流量特性（流量係数 $C_d$ ～オリフィス流れのレイノルズ数 $Re_d$ ）の計算結果を、Johansenの実験結果<sup>6)</sup>と比較したのが、図10である。本計算結果は、全体としてみると、実験結果と満足すべき状態で一致しているとみなしうる。そこで、本計算結果を図11に示し、流量特性へのオリフィスの形状効果を検討した。 $C_d$ は、一般に、 $Re_d$ の増加と共に増加し、一定値に近づくが、 $d/D$ と $Re$ を固定すると、直角→薄刃→逆薄刃の順に大きくなるのがわかる。

次に、管オリフィスの損失特性（損失係数 $\zeta$ ～円管内流れのレイノルズ数 $Re$ ）の一部を、図12に示した。 $\zeta$ は、 $Re$ や $d/D$ の増加と共に減少するが、 $d/D$ と $Re$ を固定すると、直角→薄刃→逆薄刃の順に小さくなる。二種類の損失係数（ $\zeta$ と $\zeta_m$ ）の特性（ $\zeta \sim Re$ 、 $\zeta_m \sim Re$ ）は、一般に、同じような傾向を示し、 $\zeta/\zeta_m$ は、 $Re$ 、 $d/D$ 形状などに依存し、変化する。

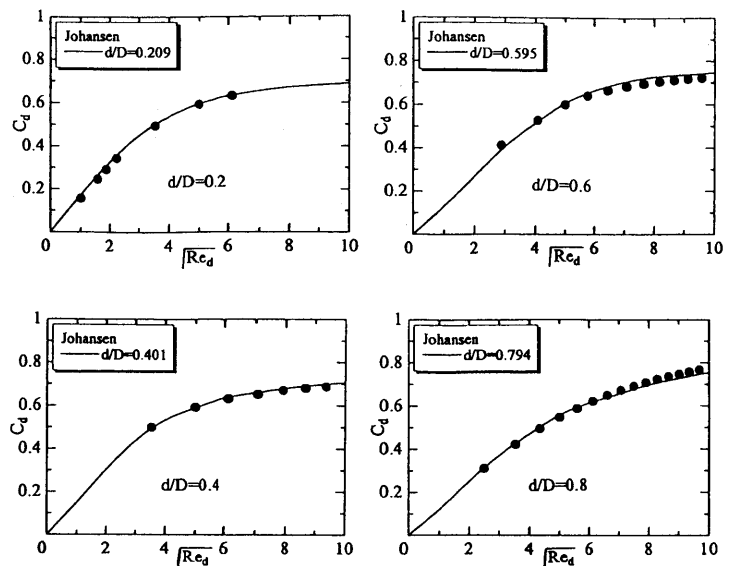


図10 管オリフィスの流量特性（薄刃-Johansen）

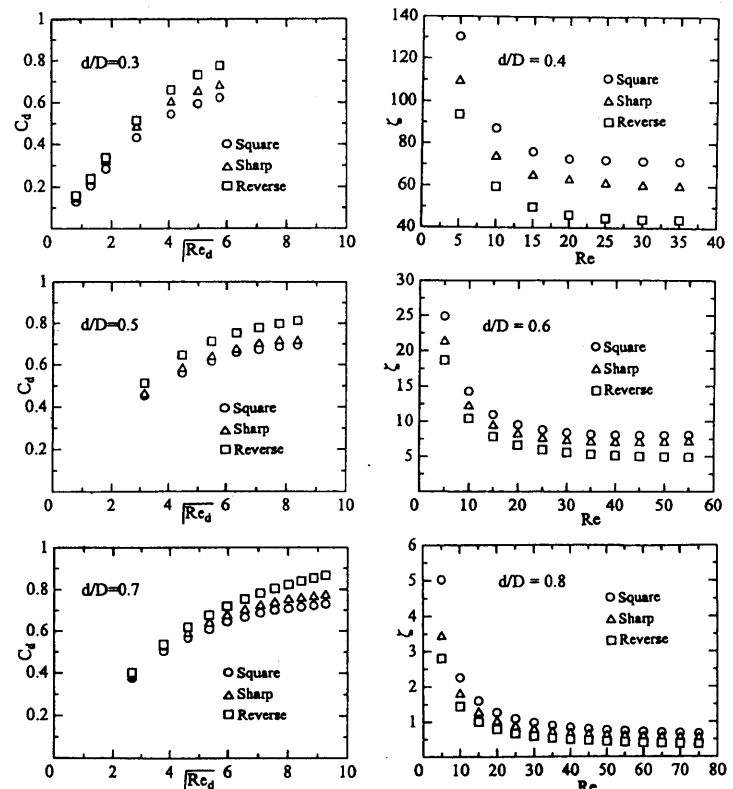


図11 管オリフィスの流量特性

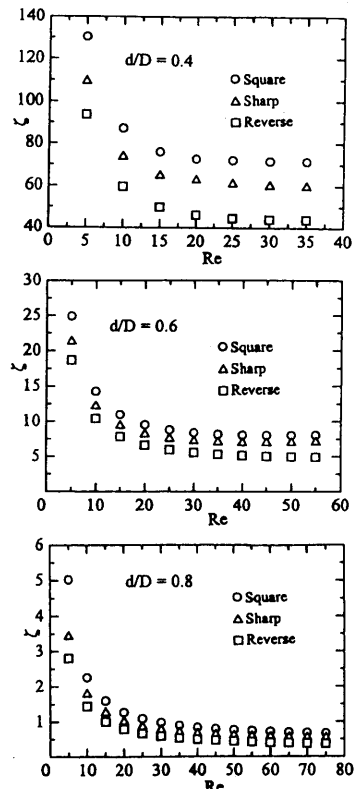


図12 管オリフィスの損失特性

### 3 乱流シミュレーション

#### 3.1 実験

3.1.1 装置と方法 実験装置の概略を、図13に示した。本実験では、室内空気を遠心送風機により吸込み、内径 $D=79.3\text{mm}$ 、全長 $6\text{m}$ の亚克力直円管路内を流動させ、図14のような圧力測定

孔により管軸方向の圧力分布を測定した。円管路内の空気流量は、円管路出口部におけるピトー管による速度分布の測定<sup>18)</sup>に基づき算定し、その調節は、流量切換円孔板を送風機吸込み口に取り付けることにより行った。供試管オリフィスは、直角オリフィスで、その主要諸元を、表2に示した。シミュレーションは、単孔オリフィスについて行い、直径比と板厚の効果を検討した。

**3.1.2 円管内流れ** 供試円管路における管摩擦特性 ( $\lambda \sim Re$ ) と速度比特性 ( $w_m/w_{max} \sim Re$ ) を、図15と図16に示した。これらの図には、滑面管の実験式<sup>19)</sup>を併記した。これらの結果から、供試円管路は流体工学的に滑面管で、圧力降下と空気流量の観測が満足すべき状態でなされているといえる。さらに、円管内の時間平均速度の分布の観測結果の一部を、図17に示した。図には、乱流における実験式<sup>19)</sup>

$$\left. \begin{aligned} \frac{w}{w_{max}} &= \left(1 - \frac{r}{a}\right)^{\frac{1}{n}} \\ n &= 3.45 \times Re^{0.07} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

による結果を記入した。実験式は、管軸部で実験値よりやや小さくなるが、総合的には一致するとみなし、シミュレーションの流入部の速度分布式として採用した。

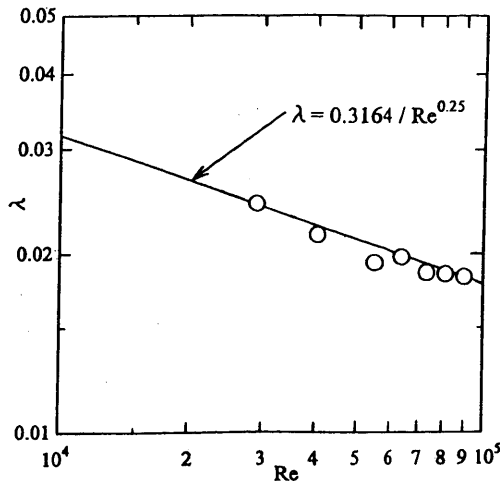


図15 円管内流れの管摩擦特性

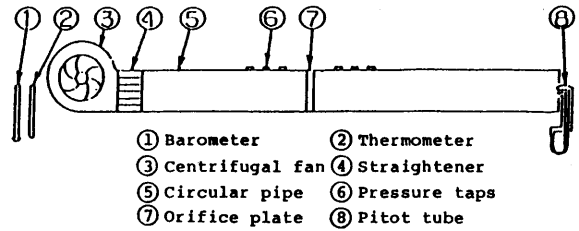


図13 実験装置の概略

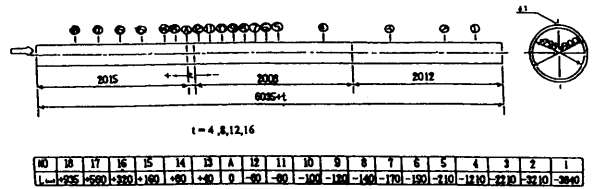


図14 円管と圧力測定孔の位置

表2 管オリフィスの主要諸元

Name	Diameter d (mm)	Area ratio $M = n \cdot (d/D)^2$	Hole number n	Thickness t (mm)	Pitch P (mm)	Remarks
A	39.98	0.254	1	4, 8, 12, 16	—	Square-edged
B	57.96	0.534	1		—	
C	19.98	0.254	4		20	

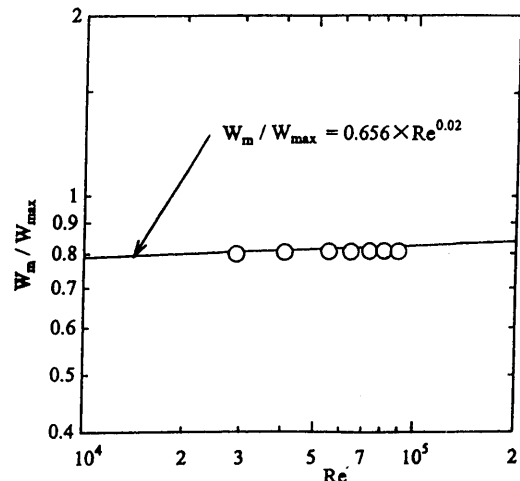
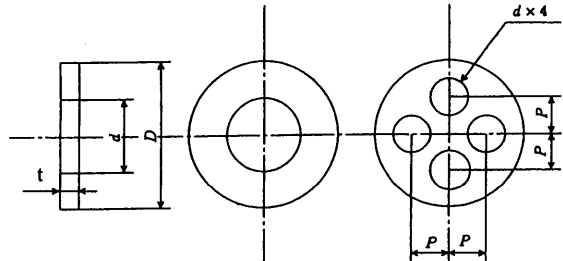


図16 円管内流れの速度比特性

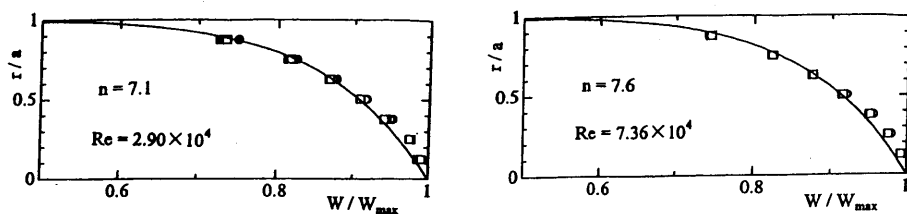


図17 円管内流れの乱流における速度分布

### 3.2 シミュレーション

3.2.1 基礎式 非圧縮性のニュートン流体が、図2のような円管路に設置された管オリフィスを通して、等温乱流状態で、定常な非旋回軸対称流れをするとき、連続の式と運動方程式は、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru^2) + \frac{\partial}{\partial z} (uw) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left( \nabla^2 u - \frac{u}{r^2} \right) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rwu) + \frac{\partial}{\partial z} (w^2) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \\ \nabla^2 &\equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

となる。今、乱流による時間変動効果を、平均値と時間変動に分けて、

$$u = \bar{u} + u', \quad w = \bar{w} + w', \quad p = \bar{p} + p' \quad (21)$$

のように表し、(19),(20)に代入し、さらに、時間平均すると、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\bar{u}) + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\bar{u}^2) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u} \cdot \bar{w}) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \nu \left( \nabla^2 \bar{u} - \frac{\bar{u}}{r^2} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\overline{u'^2}) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'w'}) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\bar{w} \cdot \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{w}^2) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \nabla^2 \bar{w} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\overline{w'u'}) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w'^2}) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

が得られる。(23)には、 $\bar{u}$ ,  $\bar{w}$ ,  $\bar{p}$ による項に加え、時間変動に基づく $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{w'^2}$ ,  $\overline{u'w'}$ ,  $\overline{w'u'}$ が生じ、変数と方程式の数が一致しない。そこで、乱流のモデルとして、 $k-\epsilon$ モデルを採用する。変動の諸項は、乱流動粘度 $\nu_t$ 、乱流エネルギー $k$ 、乱流エネルギー消散率 $\epsilon$ により、

$$\left. \begin{aligned} \overline{u'^2} &= -\nu_t \left( 2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) + \frac{2}{3} k \\ \overline{w'^2} &= -\nu_t \left( 2 \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) + \frac{2}{3} k \\ \overline{u'w'} = \overline{w'u'} &= -\nu_t \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \\ k &= \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}), \quad \overline{v'^2} = -\nu_t \left( 2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) + \frac{2}{3} k \simeq 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

と表わし、さらに、

$$\bar{p} + \frac{2}{3}k \rightarrow \bar{p}$$

として、平均記号を省略すると、平均流の基礎式

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru^2) + \frac{\partial}{\partial z} (uw) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \nu_* \left( 2r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu_* \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right\} - \nu_* \cdot \frac{2u}{r^2} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rwu) + \frac{\partial}{\partial z} (w^2) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \nu_* \cdot r \left( \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu_* \left( 2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$$\nu_* = \nu + \nu_t$$

が得られる。乱流動粘度  $\nu_t$  は、 $k$  と  $\varepsilon$  の二つの輸送方程式

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ruk) + \frac{\partial}{\partial z} (wk) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) r \frac{\partial k}{\partial r} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial z} \right\} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rue) + \frac{\partial}{\partial z} (we) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right\} + C_1 \frac{\varepsilon}{k} G - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \\ G &= \nu_t \left[ 2 \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{u}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left( \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

に基づき、

$$\nu_t = C_\mu \cdot \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (28)$$

により算定する。(27)、(28)のモデル定数は、従来の標準的な値

$$\left. \begin{aligned} \sigma_k &= 1.0, & \sigma_\varepsilon &= 1.3 \\ C_1 &= 1.44, & C_2 &= 1.92 \\ C_\mu &= 0.09 \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

を用いた<sup>20)</sup>。結局、(25)~(28)をモデル定数(29)を用いて数値的に解く。

**3.2.2 流れ場と境界条件** 非圧縮性の室内空気が、円管路（直径  $D=80\text{mm}$ ）に設置された管オリフィス（直角、板厚  $t=4,16\text{mm}$ 、直径比  $d/D=0.3\sim 0.8$ ）を通る定常乱流（ $Re=4\times 10^4$ ）のシミュレーションを行った。流れ場は、オリフィスの上流  $Z_u=400\text{mm}$  から下流  $Z_d=1200\text{mm}$  までの範囲で、流入と流出の条件は、

流入断面

$$w = w_{\max} \cdot \left( 1 - \frac{r}{a} \right)^{\frac{1}{n}} = \frac{w_m}{0.656 \cdot Re^{0.02}} \left( 1 - \frac{r}{a} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$n = 3.45 \cdot Re^{0.07}, \quad Re = \frac{w_m D}{\nu}$$

$$u = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial k}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0$$

流出断面

$$\frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial k}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0$$

とし、さらに、円管軸には対称条件を課し、円管壁とオリフィス表面の付近には壁法則を適用した。

### 3.3 結果および検討

**3.3.1 壁面圧力分布** 供試円管路に管オリフィスを設置したときの管軸に沿う壁面圧力分布の測定結果の一部を、図18に示した。図には、管オリフィスの上流と下流における管摩擦による圧力降下とオリフィス部での急激な圧力降下とその後の回復がみられる。各図では、実験結果を破線で結んだが、シミュレーション部分は実線とした。なお、オリフィスの板厚  $t = 4, 8, 12, 16 \text{ mm}$  は、オリフィスの記号に続く数字 1, 2, 3, 4 で表示した（例 No.A 1…オリフィス A,  $t = 4 \text{ mm}$ ）。次に、圧力分布の実験とシミュレーションの結果を比較したのが、図19である。板厚  $t = 4 \text{ mm}$  のオリ

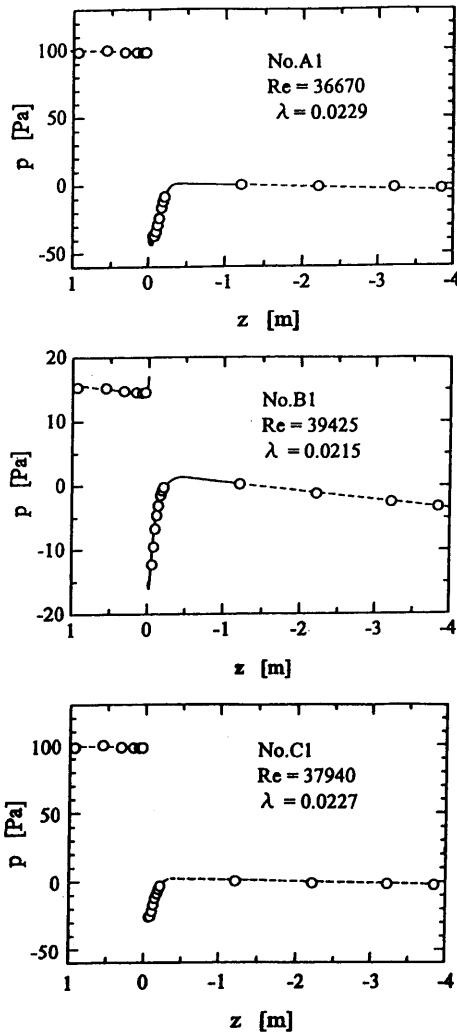


図18 管オリフィス流れの壁面圧力分布（実験）

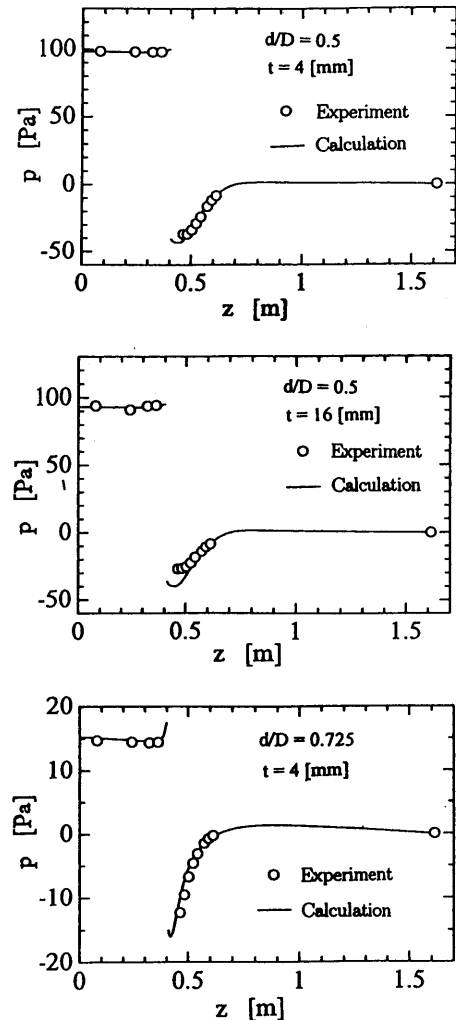


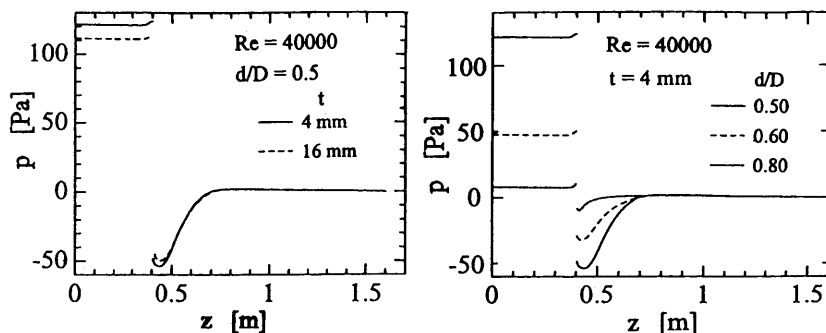
図19 管オリフィス流れの壁面圧力分布

フィスでは、両者は一致したが、 $t=16\text{mm}$ のものでは、オリフィス直後に多少の相違がみとめられた。これは、オリフィスの板厚の増加によるシミュレーションの不完全さに起因すると考えられる。さらに、シミュレーションによるオリフィスの板厚と直径比の効果を、図20に示した。オリフィスによる圧力降下は、板厚や直径比の増加と共に減少することが見出される。オリフィス直後の最小圧力位置は、板厚の変化によってはあまり変化しないが、直径比の減少と共に、下流側に移動するのがみとめられる。

### 3.3.2 損失係数

図18のような壁面圧力分布から、管オリフィスによる圧力降下( $\Delta p$ ,  $\Delta p_M$ )を評価し、(a)により、損失係数( $\zeta$ ,  $\zeta_M$ )を算出した。

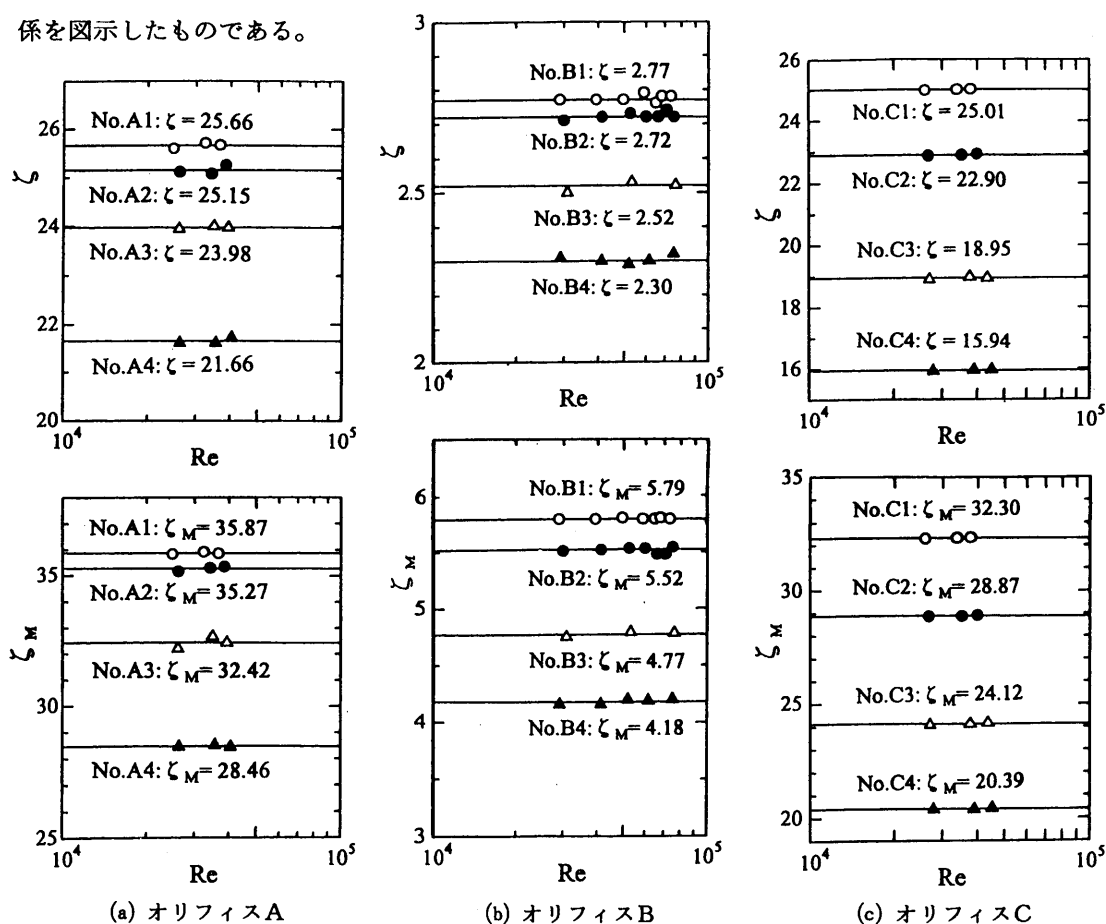
図21は、管オリフィスの損失係数と円管内流れのレイノルズ数の関係を図示したものである。



(a) 板厚効果

(b) 直径比効果

図20 管オリフィス流れの壁面圧力分布 (シミュレーション)



(a) オリフィスA

(b) オリフィスB

(c) オリフィスC

図21 管オリフィスの損失特性 (実験)

これらの図より、本実験域では、損失係数はレイノルズ数に独立で、一定とみなしうる。そこで、図中に、損失係数の近似水平直線とその値を併記した。次に、各オリフィスの損失係数への板厚効果を見るために、損失係数を無次元板厚  $t/D$  に対し図示した。それが図22である。本実験範囲 ( $t/D=0.05\sim0.20$ ) では、損失係数は板厚の増加と共に減少し、これは、水力抵抗便覧<sup>21)</sup>と定性的に一致する。また、オリフィスA ( $n=1$ )とC ( $n=4$ )の損失係数を比べると、開口比が同じとき、円孔数によ

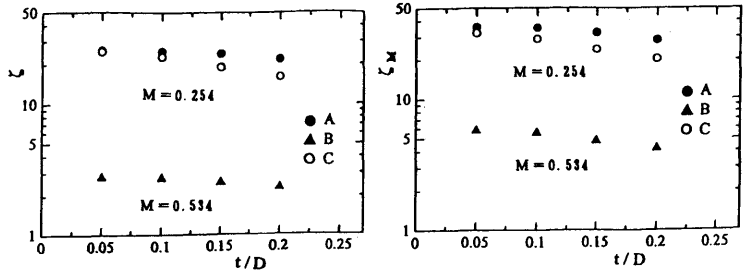


図22 管オリフィスの損失係数への板厚効果

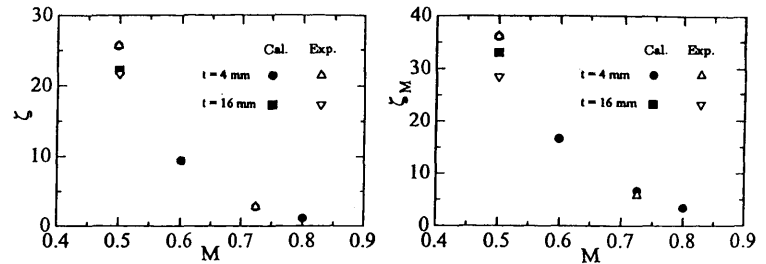


図23 管オリフィスの損失特性（損失係数～開口比）

る差異は、板厚の増加と共に増大するのがわかる。これは、オリフィスAとCでは、開口比が同じでも、各円孔前縁での流れの剝離による効果が異なり、その差異が板厚の増加と共に増加したためと考えられる。さらに、管オリフィスの損失特性（損失係数～開口比）における実験とシミュレーションの結果を比較したのが、図23である。両者は、大略一致するが、 $t=16\text{mm}$ のオリフィスの最大損失係数の差異はかなり大きい。これは、壁面圧力分布の比較から予知されることがあるが、最小圧力のシミュレーション値の減少による  $\Delta p_m$  の増大が  $\zeta_m$  の増加となったと考えられる。他方、最小圧力の実験値は、圧力測定孔⑫の値を採用したが、オリフィス後面により近いところに、最小圧力点があるかもしれない、 $\zeta_m$  の実験値にも問題が残存する。

**3.3.3 流れ場** 管オリフィスを通る流れのシミュレーションにつき、圧力分布と損失特性の検討から、 $k-\epsilon$  モデルによる数値解析の妥当性が明らかにされた。そこで、管オリフィスを通る流れ場の計算結果を、図24に示した。図には、円管半径方向に対し、円管軸方向を1/5に縮小してシミュレーション全域を図示した。a 図は流線、b 図は圧力線を図示したもので、管オリフィスの直径比  $d/D$  と板厚  $t$  を変化させた。流線図では、管オリフィスの直径比の減少と共に、オリフィス

$Re = 40000$ ,  $d/D = 0.8$ ,  $t = 4\text{ mm}$



$Re = 40000$ ,  $d/D = 0.725$ ,  $t = 4\text{ mm}$



$Re = 40000$ ,  $d/D = 0.6$ ,  $t = 4\text{ mm}$



$Re = 40000$ ,  $d/D = 0.5$ ,  $t = 4\text{ mm}$



$Re = 40000$ ,  $d/D = 0.3$ ,  $t = 4\text{ mm}$



$Re = 40000$ ,  $d/D = 0.5$ ,  $t = 16\text{ mm}$



図24 (a) 流線

後流の渦域が増大し、その影響が下流側に長く及んでいるのがわかる。しかし、同じ直径比で、オリフィスの板厚を増加させても、流線図には大きな変化は見られない。圧力線図では、圧力線がオリフィス部に集中し、オリフィス付近での圧力変化が大きいことが推定される。このことは、壁面圧力分布の図20から確認できる。

#### 4 結 論

円管路に設置された管オリフィスを通る流れと損失を、低レイノルズ数域における数値解析と高レイノルズ数における  $k-\epsilon$  モデルによるシミュレーションにより、検討した。両域における数値計算結果は、他の数値解析や実験の結果と満足すべき一致をみせ、本解析の妥当性が明らかになった。本解析により、明らかになった主な事項は、次の通りである。

- (i) 低レイノルズ数域 ( $Re=0\sim60$ ) では、管オリフィスを通る流れと損失は、流れのレイノルズ数とオリフィスの開口比と形状により変化する。特に、損失係数は、レイノルズ数と開口比を固定すると、形状が、直角>薄刃>逆薄刃の順に、その値を減少する。
- (ii) 高レイノルズ数域 ( $Re=2\times10^4\sim8\times10^4$ ) では、直角オリフィスの損失係数は、レイノルズ数に独立で、オリフィスの開口比と板厚に依存する。特に、損失係数は、開口比を固定すると、板厚  $t/D=0.05\sim0.20$  では、板厚の増加と共に減少する。

おわりに、実験に協力された笠松正樹氏に感謝します。

#### 文 献

- 1) J.Nikuradse, VDI-Forschungsheft, 361(1933), 22p.
- 2) L.F.Moody, Trans.ASME., 66(1944), 671/684.
- 3) 日本機械学会, 技術資料“流体計測法”(1985), 173/186.
- 4) 日本工業規格, JIS, Z 8762-1995.
- 5) S.H.Alvi et al., Trans., ASME., J. of Fluid Eng., 100(1978), 299/307.
- 6) F.C.Johansen, Proc.Roy.Soc., A126(1930), 231/245.
- 7) N.S.Lakshmana Rao and K.Sridharan, Proc.ASCE., J. of Hyd., 98(1972), 2015/2034.
- 8) 板谷松樹ほか, 日本機械学会論文集, 21-101(第3部)(1955), 3/6.
- 9) R.D.Mills, J.Mech.Eng.Sci., 10-2(1968). 133/140.

$Re = 40000$ ,  $d/D = 0.8$ ,  $t = 4$  mm



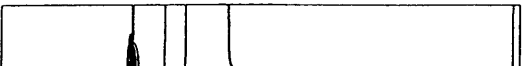
$Re = 40000$ ,  $d/D = 0.725$ ,  $t = 4$  mm



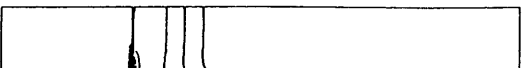
$Re = 40000$ ,  $d/D = 0.6$ ,  $t = 4$  mm



$Re = 40000$ ,  $d/D = 0.5$ ,  $t = 4$  mm



$Re = 40000$ ,  $d/D = 0.3$ ,  $t = 4$  mm



$Re = 40000$ ,  $d/D = 0.5$ ,  $t = 16$  mm



(b) 圧力線

図24 管オリフィスを通る流れ場 ( $Re=4\times10^4$ )



- 10) J.G.Keith,Jr., Ph.D thesis, Univ. of Maryland, (1971), 155p.
- 11) D.Greenspan, Inter,J. for Num.Meth. in Eng., 6(1973), 489/496.
- 12) F.E.B.Nigro et al., Trans.ASME.,J. of Fluid Eng., 100(1978), 467/472.
- 13) R.C.Mittal and P.K.Sharma, App.Sci.Res., 44(1987), 361/375.
- 14) E.H.Jones and R.A.Bajura, Trans.ASME.,J. of Fluid Eng., 113(1991), 199/205.
- 15) 早瀬敏幸ほか, 日本機械学会論文集(B編), 59-560(1993), 1023/1029.
- 16) 玉川雅章ほか, 日本機械学会論文集(B編), 62-597(1996), 1747/1753.
- 17) 小池 哲, 修士論文, 福井大学, (1997), 107p.
- 18) 日本工業規格, JIS B8330-1981.
- 19) 日本機械学会, 機械工学便覧“水力学および流体力学”改訂第6版(1976), 8-11.
- 20) 荒川忠一, 数値流体力学, 東京大学出版会, (1994), 100.
- 21) I.E.Idelchik, Handbook of Hydraulic Resistance 2nd Ed., (1986), 171.

